บทที่ 6 โมเมนตัมและการชน

6.1 โมเมนตัม

โมเมนตัม หมายถึง ปริมาณการเคลื่อนที่ของวัตถุที่พยายามทำให้วัตถุเคลื่อนที่ต่อไป ซึ่งหาได้จากผลคูณของมวลกับความเร็ว เขียนสมการได้คือ

โมเมนตัม = มวล × ความเร็ว

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad \text{.....(6.1)}$$

เมื่อ $\vec{P}$ แทน โมเมนตัม หน่วยเป็น kg.m/s (N.S)

m แทน มวลของวัตถุ หน่วยเป็น kg

$\vec{v}$ แทน ความเร็วของวัตถุ หน่วยเป็น m/s

ข้อควรจำ

1. โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ คือมีทั้งขนาดและทิศทาง
2. โมเมนตัมขณะใด ๆ ของวัตถุจะมีทิศทางเดียวกับความเร็วเสมอ
3. ขนาดของโมเมนตัมเท่ากับ mv เมื่อ v เป็นขนาดของความเร็ว

ตัวอย่างที่ 1 รถคันหนึ่งมีมวล 1 ตัน วิ่งไปด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อวินาที จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2 รถคันหนึ่งมีมวล 2 ตัน วิ่งไปด้วยความเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

ตัวอย่างที่ 3 รถคันหนึ่งมีมวล 80 กิโลกรัม วิ่งไปด้วยความเร็ว 144 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่ารถคันนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

ตัวอย่างที่ 4 ลูกปืนมีมวล 80 กรัม ยิงออกไปด้วยความเร็ว 500 เมตรต่อวินาที จงหาว่าลูกปืนนี้มีโมเมนตัมเท่าไร

6.2 แรงและการเปลี่ยนโมเมนตัม

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน ที่ว่า “ความเร่งของวัตถุเป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำ และเป็นปฏิภาคผกผันกับมวลของวัตถุ” จะได้ว่า

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \text{แต่} \quad \vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t}$$

$$\therefore \vec{F} = m\frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t} \quad \text{..... (6.2)}$$

เมื่อ $\vec{F}$ แทน แรงลัพธ์ที่คงตัวกระทำต่อวัตถุมวล m

$m\vec{u}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุก่อนออกแรงกระทำ

$m\vec{v}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุภายหลังที่ถูกแรงกระทำ

$m\vec{v} - m\vec{u}$ แทน โมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไป

$\frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t}$ แทน โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา (อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัม)

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า “แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุนั้น”

ตัวอย่างที่ 5 วัตถุมวล 5 กิโลกรัม ถูกแรงกระทำให้ความเร็วเปลี่ยนจาก 6 เมตรต่อวินาทีเป็น 18 เมตรต่อวินาที จงหา

ก. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้กระทำต่อวัตถุเท่ากับ 1 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

ข. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้แรงกระทำต่อวัตถุเท่ากับ 3 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

ตัวอย่างที่ 6 วัตถุมวล 10 กิโลกรัม ถูกแรงกระทำให้ความเร็วเปลี่ยนจาก 12 เมตรต่อวินาทีเป็น 17 เมตรต่อวินาที จงหา

ก. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้กระทำต่อวัตถุเท่ากับ 2 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

ข. ถ้าช่วงเวลาที่ใช้แรงกระทำต่อวัตถุเท่ากับ 5 วินาที แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าไร

6.3 การดลและแรงดล (Impulse and Impulsive Force)

การดล ($\vec{I}$) คือผลการกระทำของแรงอย่างต่อเนื่องในช่วงเวลาใด ๆ มีค่าเท่ากับผลคูณของแรงกับระยะเวลาที่แรงกระทำต่อวัตถุนั้น

ถ้าแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา Δt

การดล ($\vec{I}$) = $\vec{F}.\Delta t$

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{v}-\vec{u}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{\Delta t}$

$$\therefore \vec{I} = \vec{F}.\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u} \quad \text{..... (6.3)}$$

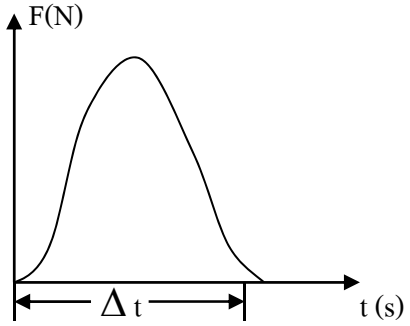
$\therefore \vec{I} = \vec{F}.\Delta t = m\vec{v} - m\vec{u}$ โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

การดลเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับแรง $\vec{P}$ และมีหน่วยเช่นเดียวกับหน่วยของโมเมนตัม คือ กิโลกรัม.เมตร/วินาที

ถ้าให้การดลแก่วัตถุโดยขนาดของแรงไม่คงที่ในช่วงเวลาที่ให้แรง การดลทั้งหมดคือผลรวมของเวกเตอร์ของการดลของแรงย่อย ๆ ที่คงที่เฉพาะช่วงเวลาหนึ่ง เช่น ถ้าให้แรง $\overrightarrow{F_1}$ ในเวลา Δt_1 ต่อมาเปลี่ยนเป็นแรง $\overrightarrow{F_2}$ ในช่วงเวลา Δt_2 กรดลทั้งหมดในเวลา $\Delta t_1 + \Delta t_2 = \overrightarrow{F_1}\Delta t_1 + \overrightarrow{F_2}\Delta t_2$

พื้นที่ใต้กราฟของ $\vec{F}$ กับ Δt คือ ค่าของการดลหรือค่าของโมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

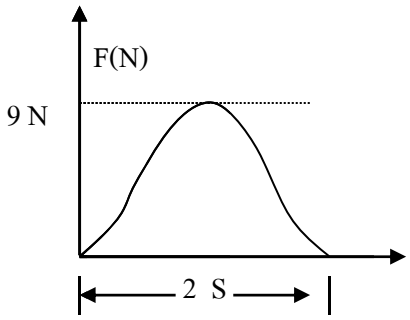
ขณะเล่นปิงปอง ไม้ตีปิงปองจะออกแรงกระทำต่อลูกปิงปองขนาดของแรงไม่คงที่คือจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงดังกราฟ



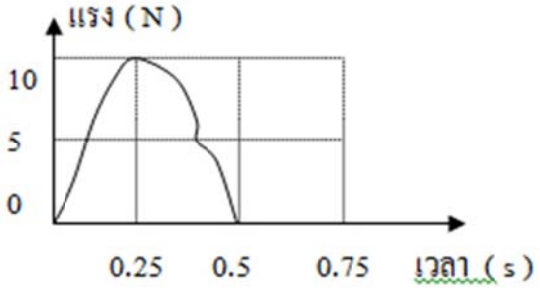
จากกราฟ ถ้าหาพื้นที่ใต้กราฟ พื้นที่ใต้กราฟจะมีหน่วยเป็นกิโลกรัม เมตรต่อวินาที หรือ หรือนิวตันต่อวินาที ซึ่งเป็นหน่วยของการดล เพราะฉะนั้น พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับเวลา คือ การดล นั่นเอง

แรงดล (F) คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลาสั้น ๆ แรงดลเป็นแรงธรรมดาแบบแรงทั่ว ๆ ไปแต่เรียกชื่อเสียใหม่ว่า แรงดล เพราะเป็นแรงที่เกิดในช่วงเวลาสั้น ๆ ได้แก่แรงที่เกิดการกระทบกันอย่างรวดเร็ว เช่น การตอกตะปู แรงดลมีค่าเท่ากับโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลาสั้น ๆ แรงดลมีค่าไม่คงที่ดังนั้นแรงดลที่เกิดขึ้นจึงมีค่าเฉลี่ยเสมอ

ตัวอย่างที่ 7 กราฟของแรงที่ไม้ตีกระทำกับลูกปิงปองเป็นดังรูป จงหาแรงเฉลี่ยที่ไม้กระทำต่อลูกปิงปองถ้าพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ 10 นิวตัน . วินาที



ตัวอย่างที่ 8 (Ent 39) จากรูปเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับเวลาของวัตถุที่กระทบกัน ถ้าพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ 2.5 kg.m/s แรงเฉลี่ยที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าใด



ตัวอย่างที่ 9 (Ent 41) ลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาที ถ้าผู้รักษาประตูใช้มือรับลูกบอลให้หยุดนิ่ง ภายในเวลา 0.04 วินาที แรงเฉลี่ยที่มือกระทำต่อลูกบอลมีขนาดเท่าใด

ตัวอย่างที่ 10 ลูกปืนมวล 20 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความ เร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่ง ในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปืนในช่วงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 11 ลูกปืนมวล 30 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความ เร็ว 1800 กิโลเมตรต่อชั่วโมง วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่งในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปืนในช่วงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 12 ลูกปืนมวล 40 กรัม ออกจากกระบอกปืนด้วยความ เร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่ง ในเวลา 0.1 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปืนในช่วงนี้มีค่าเท่าใด

ตัวอย่างที่ 13 (Ent 42) กระสุนปืนมวล 20 กรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 500 เมตร/วินาที เข้าไปในกระสอบทรายใช้เวลา 1.0 มิลลิวินาที กระสุนจึงหยุด ถ้าแรงต้านของทรายที่กระทำต่อกระสุนมีค่าคงตัว แรงต้านทานนี้มีค่าเท่าใดในหน่วยกิโลนิวตัน

ตัวอย่างที่ 14 มวล 8 กิโลกรัม ขณะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร / วินาที ถูกแรงคงที่ 5 นิวตัน กระทำนานเท่าใดจึงจะหยุดวัตถุนี้ได้

ตัวอย่างที่ 15 มวล 9 กิโลกรัม ขณะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตร / วินาที ถูกแรงคงที่ 10 นิวตัน กระทำนานเท่าใดจึงจะหยุดวัตถุนี้ได้

ตัวอย่างที่ 16 ลูกปืนมวล 2×10^{-2} กิโลกรัม ออกจากปลายกระบอกปืนด้วยความเร็ว 500 เมตร / วินาที วิ่งเข้าไปในท่อนไม้และหยุดนิ่งในเวลา 0.2 วินาที แรงเฉลี่ยที่ท่อนไม้กระทำต่อลูกปืนเป็นเท่าใด

. **ตัวอย่างที่ 17** ปล่อยวัตถุมวล 100 กรัม ให้ตกจากที่สูง 20 เมตร โมเมนตัมของวัตถุขณะที่ชนพื้นเป็นเท่าใด

ตัวอย่างที่ 18 ปล่อยวัตถุมวล 200 กรัม ให้ตกจากที่สูง 50 เมตร โมเมนตัมของวัตถุขณะที่ชนพื้นเป็นเท่าใด

6.4 การชน

การชนกันของวัตถุ(มวลวิ่งไปชนมวล) จะเป็นไปตามหลักคงที่ของโมเมนตัม (กฎอนุรักษ์โมเมนตัม คือผลรวมโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว)

การชนในแนวตรง (จุดศูนย์กลางตรงกัน) แบ่งเป็น

1. **การชนแบบยืดหยุ่น** (ไม่สูญเสียพลังงาน) ผลของการชนจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และกฎการอนุรักษ์พลังงาน ดังนี้คือ

1.1 ผลรวมของโมเมนตัมของระบบมีค่าคงตัว

$$\mathbf{m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2} \quad \text{..... (6.4)}$$

1.2 ผลรวมพลังงานของระบบมีค่าคงตัว

$$\mathbf{\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2} \quad \text{..... (6.5)}$$

จากสูตรสมการทั้ง 2 เขียนเป็นสูตรคำนวณใหม่ได้ดังนี้

$$\mathbf{u_1 + v_1 = u_2 + v_2} \quad \text{..... (6.6)}$$

หรือ $\mathbf{u_1 - u_2 = v_2 - v_1}$ ..... **(6.7)**

2. การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (สูญเสียพลังงาน) ผลของการชนจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม แต่ไม่เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน สรุปได้ดังนี้ คือ

2.1 ผลรวมโมเมนตัมของระบบคงตัว

$\sum$P ก่อนชน = $\sum$P หลังชน

$\mathbf{m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2}$ **(ชนแล้วแยก) .....(6.8)**

$\mathbf{m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v}$ **(ชนแล้วติดกันไป) .....(6.9)**

2.2 ผลรวมพลังงานของระบบมีค่าไม่คงตัว

จากสมการ 10.7 $v_2 - v_1$ คือ ความเร็วในการแยกออกจากกัน

$u_1 - u_2$ คือ ความเร็วในการเข้าหากัน

อัตราส่วนระหว่างความเร็วในการแยกออกจากกันและความเร็วในการเข้าหากัน เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของการยืดหยุ่น (coefficint of restitution ,e)

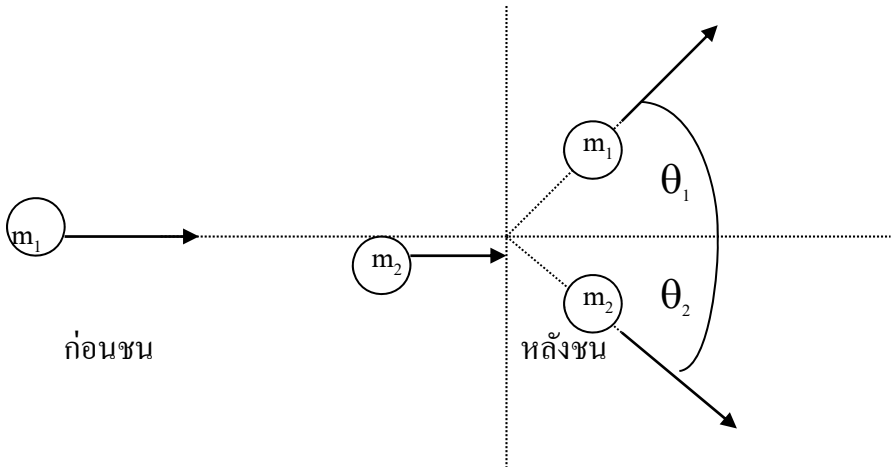
จะได้ $\mathbf{e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}}$ ..... **(6.10)**

(โดยทั่วไป $e > 0$ และ $e < 1$)

(ค่าของ e $0 \leq e \leq 1$)

การชนในสองมิติ

การชนในสองมิติ คือ หลังจากการชนของวัตถุทั้งสอง วัตถุจะเคลื่อนที่แยกจากกันในแนวที่ทำมุมกัน การที่วัตถุเคลื่อนที่ทำมุมกันภายหลังการชนเนื่องจาก การเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลของวัตถุที่เคลื่อนที่เข้าหาศูนย์กลางมวลของวัตถุที่ถูกชนดังรูป



ขั้นตอนการพิจารณา

1. พิจารณาตามแนวแกน X จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้ว่า

$$\sum P \text{ ก่อนชน} = \sum P \text{ หลังชน}$$

$$\mathbf{m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1\cos\theta_1 + m_2v_2\cos\theta_2} \text{ ..... (6.11)}$$

2. พิจารณาตามแนวแกน Y จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้ว่า

$$\sum P \text{ ก่อนชน} = \sum P \text{ หลังชน}$$

$$0 + 0 = m_1v_1\sin\theta_1 - m_2v_2\sin\theta_2$$

$$\mathbf{m_1v_1\sin\theta_1 = m_2v_2\sin\theta_2} \text{ .....(6.12)}$$

การชนในสองมิติมีทั้งการชนแบบยืดหยุ่นและการชนแบบไม่ยืดหยุ่น ผลรวมของโมเมนตัมของระบบและผลรวมของพลังงานจลน์ของระบบก่อนการชนและหลังการชน มีผลเช่นเดียวกับการชนในหนึ่งมิติ

ตัวอย่างที่ 19 รถมวล 40 กิโลกรัม มีความเร็ว 20 เมตร / วินาที เข้าชนมวล 60 กิโลกรัม ที่จอดนิ่งหลังชนทั้งสองติดกัน อยากทราบว่าหลังชนรถมีความเร็วเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 20 รถมวล 60 กิโลกรัม มีความเร็ว 30 เมตร / วินาที เข้าชนมวล 90 กิโลกรัม ที่จอดนิ่งหลังชนทั้งสองติดกัน อยากทราบว่าหลังชนรถมีความเร็วเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 21 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ชนกล่องมวล 1 กิโลกรัมที่อยู่นิ่งลูกปืนเข้าชนด้วยความเร็ว 1,000 เมตร/วินาที กล่องจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 22 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ชนกล่องมวล 2 กิโลกรัมที่อยู่นิ่งลูกปืนเข้าชนด้วยความเร็ว 800 เมตร/วินาที กล่องจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 23 กระสุนปืนมวล 20 กรัม และมีความเร็ว 4,020 เซนติเมตรต่อวินาที ในแนวระดับ พุ่งเข้าชนแท่งไม้ซึ่งวางอยู่นิ่ง ๆ บนโต๊ะที่ปราศจากความเสียดทานและฝังอยู่ในแท่งไม้ ถ้าไม้มีมวล 4 กิโลกรัม ความเร็วของแท่งไม้หลังถูกชนเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 24 กระสุนปืนมวล 40 กรัม และมีความเร็ว 4,000 เซนติเมตรต่อวินาที ในแนวระดับ พุ่งเข้าชนแท่งไม้ซึ่งวางอยู่นิ่ง ๆ บนโต๊ะที่ปราศจากความเสียดทานและฝังอยู่ในแท่งไม้ ถ้าไม้มีมวล 8 กิโลกรัม ความเร็วของแท่งไม้หลังถูกชนเป็นเท่าไร

ตัวอย่างที่ 25 ลูกปืนมวล 3 กรัม มีความเร็ว 700 เมตรต่อวินาที วิ่งทะลุแผ่นแท่งไม้มวล 600 กรัม เกิดการดลทำ ให้แท่งไม้มีความเร็ว 2 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลูกปืนหลังทะลุผ่าน

ตัวอย่างที่ 26 ลูกปืนมวล 2 กรัม มีความเร็ว 800 เมตรต่อวินาที วิ่งทะลุแผ่นแท่งไม้มวล 500 กรัม เกิดการดลทำ ให้แท่งไม้มีความเร็ว 4 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลูกปืนหลังทะลุผ่าน

ตัวอย่างที่ 27 ลูกกลมเหล็ก ก. และ ข. มวลเท่ากัน ลูกกลม ก. วิ่งเข้าชนลูกกลม ข ซึ่งอยู่นิ่ง ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้ลูกกลม ก. กระเด็นเบี่ยงไปจากแนวเดิมทำมุม 30 องศา ถ้าลูกกลม ก. ก่อนเข้าชนมีความเร็ว 6 เมตรต่อวินาที และการชนนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ หลังจากชนแล้วลูกกลม ก. และ ข. จะมีขนาดความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 28 ลูกกลมเหล็ก ก. และ ข. มวลเท่ากัน ลูกกลม ก. วิ่งเข้าชนลูกกลม ข ซึ่งอยู่นิ่ง ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้ลูกกลม ก. กระเด็นเบี่ยงไปจากแนวเดิมทำมุม 30 องศา ถ้าลูกกลม ก. ก่อนเข้าชนมีความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที และการชนนี้เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ หลังจากชนแล้วลูกกลม ก. และ ข. จะมีขนาดความเร็วเท่าไร

ตัวอย่างที่ 29 ลูกบาสเกตบอลมวล 400 กรัม ขณะกระทบพื้นในแนวดิ่ง มีความเร็ว 5 เมตรต่อวินาที ถ้าสูญเสียพลังงานจลน์ขณะที่กระทบพื้น 20 เปอร์เซ็นต์ ลูกบาสเกตบอลจะกระดอนขึ้นได้สูงเท่าไร

ตัวอย่างที่ 30 ยิงลูกปืนมวล 10 กรัม ในแนวระดับ ด้วยความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที เข้าไปฝังในเป้ามวล 5 กิโลกรัมซึ่งผูกเชือกแขวนไว้ในแนวดิ่ง เป้าจะแกว่งขึ้นไปสูงกว่าตำแหน่งเดิมเท่าใด

ตัวอย่างที่ 31 ยิงลูกปืนมวล 5 กรัม ในแนวระดับ ด้วยความเร็ว 1,200 เมตรต่อวินาที เข้าไปฝังในเป้ามวล 6 กิโลกรัมซึ่งผูกเชือกแขวนไว้ในแนวดิ่ง เป้าจะแกว่งขึ้นไปสูงกว่าตำแหน่งเดิมเท่าใด

ตัวอย่างที่ 32 ลูกปืนมวล 4 กรัม มีความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที ยิงทะลุแผ่นไม้หนัก 800 กรัม ที่ห้อยแขวนไว้ด้วยเชือกยาว หลังจากทะลุแผ่นไม้ลูกปืนมีความเร็ว 400 เมตรต่อวินาที จงหาว่าแท่งไม้จะแกว่งขึ้นไปสูงจากจุดหยุดนิ่งเท่าใด

ตัวอย่างที่ 33 ช่างไม้ใช้ฆ้อนมวล 200 กรัม ตีตะปูมวล 2 กรัมในแนวราบโดยความเร็วของฆ้อนก่อนกระทบตะปูเป็น 10 เมตรต่อวินาที และฆ้อนไม่กระดอนจาก หัวตะปู ถ้าเนื้อไม้มีแรงต้านเฉลี่ย 1,000 นิวตัน ตะปูเจาะลึกเข้าไปในเนื้อไม้เท่าใด

ตัวอย่างที่ 34 (Ent 43) ยิงลูกปืนมวล 5 กรัม ให้มีความเร็ว 900 เมตร/วินาที ตามแนวระดับขณะกระทบถุงทรายมวล 1 กิโลกรัม ซึ่งแขวนไว้ด้วยเชือกตามแนวดิ่ง ทันทีที่ลูกปืนทะลุผ่านถุงทราย พบว่าถุงทรายมีความเร็ว 4 เมตร/วินาที จงหาขนาดของความเร็วที่ลูกปืนออกจากถุงทราย